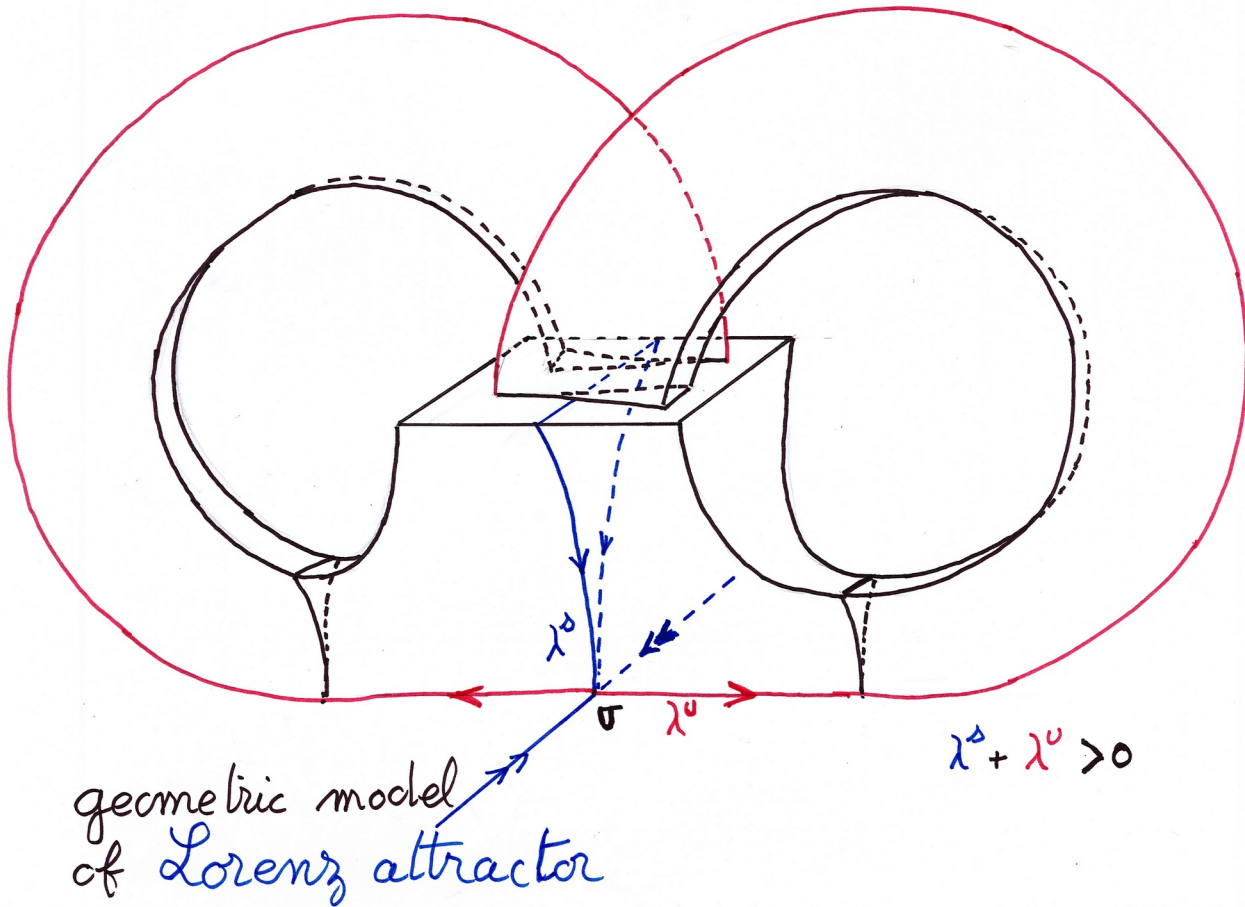


## Hyperbolicité Singulière



L'attracteur de Lorenz, dans son modèle géométrique de Guckenheimer&Williams et Afraimovich&Bikov&Shil'nikov est le premier exemple d'ouvert  $C^1$  dans l'espace des champs de vecteurs, où des points singuliers sont accumulés par des orbites récurrentes, des orbites périodiques de type selle.

Comme toujours, quand il y a une propriété robuste en topologie  $C^1$ , c'est qu'il y a une structure visible sur le fibré tangent, une forme d'hyperbolicité. La difficulté ici est de rendre compatible l'hyperbolicité des orbites régulières (avec 3 fibrés de dimension 1, le stable l'instable et la direction du flot) et l'hyperbolicité du point singulier, qui n'a que deux espaces: le stable et l'instable.

En dimension 3, cette difficulté a été résolue par la notion d'**hyperbolicité singulière**. Mais les généralisations directes en dimension plus grandes imposaient arbitrairement que les singularités dans un même ensemble (transitif ou récurrent par chaînes) avaient toutes le même indice.

Avec Li Ming et Yi Shi j'avais construit un attracteur robustement chaîne récurrent contenant des singularité d'indices différents [BLY2013] ci-dessous.

Avec mon étudiante **Adriana da Luz**, j'ai résolu cette difficulté dans [BdL2021], à l'aide de la notion d'hyperbolicité multisingulière.

## Mes publications en hyperbolicité singulière

1. [BdL2021] Bonatti, Christian; Da Luz, Adriana *Star flows and multisingular hyperbolicity*. **J. Eur. Math. Soc. (JEMS)** 23, No. 8, 2649-2705 (2021).
2. Bonatti, Christian; Pinsky, Tali *Lorenz attractors and the modular surface*. **Nonlinearity** 34, No. 6, 4315-4331 (2021).
3. Barros, Diego; Bonatti, Christian; Pacifico, Maria Jose *Upper, down, two-sided Lorenz attractor, collisions, merging and switching*. ArXiv:2101.07391 **Ergodic Theory and Dynamical Systems**. Published online 2024:1-45. doi:10.1017/etds.2024.8
4. Bonatti, Christian; da Luz, Adriana *Weak hyperbolic structures and robust properties of diffeomorphisms and flows*. Mehrmann, Volker (ed.) et al., *European congress of mathematics. Proceedings of the 7th ECM (7ECM) congress*, Berlin, Germany, July 18–22, 2016. Zürich: **European Mathematical Society (EMS)** (ISBN 978-3-03719-176-7/hbk; 978-3-03719-676-2/ebook). 389-405 (2018).
5. Bonatti, Christian; Gan, Shaobo; Yang, Dawei *Dominated chain recurrent class with singularities*. (English) **Ann. Sc. Norm. Super. Pisa**, Cl. Sci. (5) 14, No. 1, 83-99 (2015).
6. [BLY2013] Bonatti, Christian; Li, Ming; Yang, Dawei *A robustly chain transitive attractor with singularities of different indices*. **J. Inst. Math. Jussieu** 12, No. 3, 449-501 (2013).
7. Bonatti, Christian; Li, Ming; Yang, Dawei *On the existence of attractors*. *Trans. Am. Math. Soc.* 365, No. 3, 1369-1391 (2013).
8. Bonatti, C. *Towards a global view of dynamical systems, for the  $C^1$ -topology*. **Ergodic Theory Dyn. Syst.** 31, No. 4, 959-993 (2011).
9. Bonatti, C.; Grines, V.; Langevin, R. *Dynamical systems in dimension 2 and 3: conjugacy invariants and classification*. **Comput. Appl. Math.** 20, No. 1-2, 11-50 (2001).
10. Bonatti, Ch.; Pumariño, A.; Viana, M. *Lorenz attractors with arbitrary expanding dimension*. Fiedler, B. (ed.) et al., *International conference on differential equations. Proceedings of the conference, Equadiff '99*, Berlin, Germany, August 1-7, 1999. Vol. 1. Singapore: World Scientific. 39-44 (2000).
11. Bonatti, Christian; Pumariño, António; Viana, Marcelo *Lorenz attractors with arbitrary expanding dimension*. **C. R. Acad. Sci.**, Paris, Sér. I, Math. 325, No. 8, 883-888 (1997)