

Systemes Dynamiques:

Une barrière s'est rompue entre déterminisme et aléatoire.

Les sciences exactes sont basées sur le déterminisme; c'est le postulat que: « l'état d'un système à l'instant présent détermine son évolution future » (bien sûr en l'absence d'intervention extérieure). L'étude mathématique de l'évolution à long terme des systèmes déterministes s'appelle les « Systèmes Dynamiques ». Les systèmes dont la loi d'évolution est probabiliste (évolution aléatoire) sont l'objet de la "Théorie Ergodique".

Pour les systèmes les plus simples, l'évolution consiste en général à tendre vers un état d'équilibre (c'est à dire que le système se stabilise petit à petit), ou vers une évolution périodique (comme la lune autour de la terre). Jusque dans les années 50/60, on pensait que les systèmes ayant un comportement aléatoire (c'est à dire « au hasard »), chaotique, imprévisible, étaient des systèmes qui dépendaient d'un très grand nombre (infini) de paramètres, comme la météorologie.

Au début des années 60, des scientifiques de diverses disciplines, (May: biologie, Henon et Lorenz: météorologie, Smale : mathématiques,...) ont chacun dans leur domaine rencontré des exemples de systèmes très simples, dépendant de très peu de paramètres, mais dont l'évolution semblait aléatoire, imprévisible. C'est ce phénomène qui est connu médiatiquement comme « théorie du chaos », avec sa faune « d'attracteurs étranges » de « fractales ».

Dans les années 70, des mathématiciens ont montré que les systèmes chaotiques « les plus simples » avaient une très bonne description à l'aide des probabilités. Cela veut dire que, si l'on ne peut pas prédire comment aura évolué le système à une date donnée, on peut prédire son comportement statistique, les marges d'erreurs, etc...Les systèmes déterministes sont alors décrits comme des systèmes aléatoires (type « pile ou face » ou « tirage de dés »)!

L'un des enjeux actuel de la recherche en Systèmes Dynamiques est de déterminer si cette bonne description des Systèmes Chaotiques à l'aide des Probabilités est un phénomène général, ou si au contraire cette approche ne voit que les Systèmes Dynamiques les plus simples.

Mes travaux avec Lorenzo Diaz et Marcelo Viana, chercheurs à Rio de Janeiro, tentent de caractériser géométriquement les Systèmes Dynamiques qui ont une évolution bien décrite par les probabilités, même si le système n'est connu qu'approximativement: autrement dit, il faut que ce bon comportement au sens des probabilité résiste à de petites perturbations du système.

--- Nous avons montré qu'un tel système doit présenter une forme affaiblie d'hyperbolicité (appelée « hyperbolicité partielle » ou « décomposition dominée »).

--- Nous cherchons actuellement à déterminer si (réciproquement) l'hyperbolicité partielle est suffisante pour assurer le bon comportement probabiliste: nos résultats (partiels) vont dans ce sens.

Alors, vous résolvez des équations?

Dans beaucoup de domaine des sciences, on cherche à prévoir une évolution à long terme. Pour cela il faut d'abord donner « une description complète » du système, c'est à dire de mesurer des grandeurs (température, pression, position, vitesse) qui sont sensées être suffisantes pour déterminer l'évolution future. L'état du système, c'est la donnée de ces valeurs: c'est donc un ensemble de nombre.

Le scientifique doit alors trouver la loi d'évolution du système: c'est à dire que, étant donné l'état du système au temps 0, il faut pouvoir déterminer quel sera son état au temps 1. S'il réussit à déterminer la

